



**Maths9m**

**HTTP://TUNGNX.COM**

# **ĐẠI SỐ 11**

## **PT LƯỢNG GIÁC BẬC NHẤT**

$$A \cdot \sin x + B \cdot \cos x = C$$

**<http://tungnx.com>**

**NGUYỄN XUÂN TÙNG**



# GIỚI THIỆU

**Th.s: Nguyễn Xuân Tùng**

Chuyên ngành Toán Ứng Dụng  
Đại học Bách Khoa Hà Nội

Website: <http://tungnx.com>

Email: [nxt245@gmail.com](mailto:nxt245@gmail.com)

Facebook: <https://www.facebook.com/XuanTunghg>

Facebook Page: **Maths9m** hoặc **Tungnx**

Youtube: **Maths9m** => <https://www.youtube.com/c/Maths9m>

Video mới **phát sóng** lúc **8h sáng** và **20h tối hàng ngày**

<http://tungnx.com>





## 1. Lượng giác

2. Tổ hợp & Xác suất

3. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân

4. Giới hạn

5. Đạo hàm

<http://tungnx.com>



## CHƯƠNG 1 - ĐẠI SỐ 11

1. Hàm số lượng giác

2. Phương trình lượng giác

3. Các phương pháp giải PT LG

4. Bất phương trình lượng giác

5. Hệ phương trình lượng giác

<http://tungnx.com>

LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11





## **PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**

- 1. Công thức lượng giác**
- 2. Phương trình lượng giác thường gặp**
- 3. Các phương pháp giải PTLG**
- 4. Hệ phương trình lượng giác**
- 5. Bất phương trình lượng giác**

<http://tungnx.com>

**LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11**





## PTLG THƯỜNG GẶP

1. PT bậc nhất đối với 1 hàm LG
2. PT bậc nhất theo  $\sin x$ ,  $\cos x$
3. PT bậc 2 đối với 1 hàm LG
4. PT bậc 2 đối với  $\sin x$ ,  $\cos x$
5. PT thuần nhất theo  $\sin x$ ,  $\cos x$
6. Một số dạng PT khác

<http://tungnx.com>

LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11



# KIẾN THỨC CẦN NHỚ



Dạng:  $a \sin x + b \cos x = c$  (1)

## Cách 1:

- Chia hai vế phương trình cho  $\sqrt{a^2 + b^2}$  ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Đặt:  $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  ( $\alpha \in [0, 2\pi]$ )

$$(1) \text{ trở thành: } \sin \alpha \cdot \sin x + \cos \alpha \cdot \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos(x - \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \beta \quad (2)$$

- Điều kiện để phương trình (2) có nghiệm là:

$$\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2.$$

- (2)  $\Leftrightarrow x = \alpha \pm \beta + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )



# KIẾN THỨC CẦN NHỚ



Dạng:  $a \sin x + b \cos x = c$  (1)

## Cách 2:

a) Xét  $x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$  có là nghiệm hay không?

b) Xét  $x \neq \pi + k2\pi \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} \neq 0$ .

Đặt:  $t = \tan \frac{x}{2}$ , thay  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ ,  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ , ta được phương trình bậc hai theo  $t$ :

$$(b+c)t^2 - 2at + c - b = 0 \quad (3)$$

Vì  $x \neq \pi + k2\pi \Leftrightarrow b+c \neq 0$ , nên (3) có nghiệm khi:

$$\Delta' = a^2 - (c^2 - b^2) \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2.$$

Giải (3), với mỗi nghiệm  $t_0$ , ta có phương trình:  $\tan \frac{x}{2} = t_0$ .



# KIẾN THỨC CẦN NHỚ



Dạng:  $a.\sin x + b.\cos x = c \quad (1)$

## Ghi chú:

- 1) Cách 2 thường dùng để giải và biện luận.
- 2) Cho dù cách 1 hay cách 2 thì điều kiện để phương trình có nghiệm:  $a^2 + b^2 \geq c^2$ .
- 3) Bất đẳng thức B.C.S:

$$|y| = |a.\sin x + b.\cos x| \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow \min y = -\sqrt{a^2 + b^2} \text{ và } \max y = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{a} = \frac{\cos x}{b} \Leftrightarrow \tan x = \frac{a}{b}$$





# VÍ DỤ MINH HỌA

**Ví dụ 1.** Giải phương trình

a)  $\sin x + 2 \cos x = 5;$

b)  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1;$

c)  $5 \cos x + 3 \sin x = 4\sqrt{2}.$

**Ví dụ 2.** Tìm nghiệm của phương trình  $\cos 7x - \sqrt{3} \sin 7x = -\sqrt{2}$  (\*) thỏa mãn điều kiện  $\frac{2\pi}{5} < x < \frac{6\pi}{7}$ .

**Ví dụ 7.** Xác định m để phương trình  $\sqrt{2} \sin x + m \cos x = m - \sqrt{2}$  (\*) có nghiệm.





# BÀI TẬP VỀ NHÀ

**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

1)  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$

2)  $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

3)  $\sqrt{3} \cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2}$

4)  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$

5)  $\sqrt{3} \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 1$

6)  $(\sqrt{3}-1)\sin x - (\sqrt{3}+1)\cos x + \sqrt{3}-1 = 0$

**Bài 2.** Giải các phương trình sau:

1)  $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$

2)  $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$

3)  $8 \cos x = \frac{\sqrt{3}}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$

4)  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

5)  $\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2} \cos 13x$

6)  $\cos 7x - \sin 5x = \sqrt{3}(\cos 5x - \sin 7x)$

7)  $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau:

1)  $(3 \cos x - 4 \sin x - 6)^2 + 2 + 3(3 \cos x - 4 \sin x - 6) = 0$

2)  $(4 \sin x - 5 \cos x)^2 - 13(4 \sin x - 5 \cos x) + 42 = 0$

3)  $12 \cos x + 5 \sin x + \frac{5}{12 \cos x + 5 \sin x + 14} + 8 = 0$





# BÀI TẬP VỀ NHÀ

**↔ Bài 9.** Giải các phương trình sau:

a)  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$

c)  $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 0$

b)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$

d)  $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 4x$

**↔ Bài 10.** Giải các phương trình sau

a)  $\cos(\pi - 2x) - \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2};$

b)  $\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x + 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{2};$

c)  $\sin x - \sqrt{2} \cos 3x = \sqrt{3} \cos x + \sqrt{2} \sin 3x;$

d)  $\cos 7x \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = -\sin 5x \sin 7x.$

**↔ Bài 11.** Giải các phương trình sau:

a)  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 5x$

b)  $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x = 2$

c)  $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$

d)  $\cos 7x \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 - \sin 7x \sin 5x$





# LƯU Ý

- Ghi nhớ điều kiện để pt có nghiệm
- Ghi nhớ các phương trình lượng giác cơ bản
- Sử dụng linh hoạt các công thức lượng giác

<http://tungnx.com>

**LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11**





# Great!

Hãy Đăng ký (**Subscribe**) kênh Youtube **Maths9m** để nhận  
được thông báo về bài giảng mới nhất!

Video mới phát sóng lúc 8h sáng  
và 20h tối hàng ngày

<http://tungnx.com>

