



**Maths9m**

**HTTP://TUNGNX.COM**

**ĐẠI SỐ 11**  
**HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**  
**GTLN-GTNN**

**<http://tungnx.com>**

**NGUYỄN XUÂN TÙNG**



# GIỚI THIỆU

**Th.s: Nguyễn Xuân Tùng**

Chuyên ngành Toán Ứng Dụng  
Đại học Bách Khoa Hà Nội

Website: <http://tungnx.com>

Email: [nxt245@gmail.com](mailto:nxt245@gmail.com)

Facebook: <https://www.facebook.com/XuanTunghg>

Facebook Page: **Maths9m** hoặc **Tungnx**

Youtube: **Maths9m** => <https://www.youtube.com/c/Maths9m>

Video mới **phát sóng** lúc **8h sáng** và **20h tối hàng ngày**

<http://tungnx.com>





## 1. Lượng giác

2. Tổ hợp & Xác suất

3. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân

4. Giới hạn

5. Đạo hàm

<http://tungnx.com>



## CHƯƠNG 1 - ĐẠI SỐ 11

1. Hàm số lượng giác

2. Phương trình lượng giác

3. Các phương pháp giải PT LG

4. Bất phương trình lượng giác

5. Hệ phương trình lượng giác

<http://tungnx.com>

LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11





# HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

## 1. Hàm số lượng giác

## 2. Các dạng bài tập

1. Tập xác định
2. Xét tính chẵn lẻ
3. Xét tính tuần hoàn
4. GTLN-GTNN

<http://tungnx.com>

LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11



# KIẾN THỨC CẦN NHỚ



*Phương pháp giải.* Ta thường dùng một trong 3 phương pháp sau:

- Sử dụng các bất đẳng thức cơ bản

①  $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R};$

③  $0 \leq \sin^2 x, \cos^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R};$

⑤ Cô - si:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}, \text{ với mọi } a, b \geq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b$ .

②  $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R};$

④  $0 \leq |\sin x|, |\cos x| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}.$

⑥ Bunhiacopxki:

$$(ab + cd)^2 \leq (a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$$

Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

- Sử dụng điều kiện có nghiệm

①  $\sin x = f(m)$  có nghiệm khi  $-1 \leq f(m) \leq 1$ .

②  $\cos x = f(m)$  có nghiệm khi  $-1 \leq f(m) \leq 1$ .

③  $\sin x + b \cos x = c$  có nghiệm khi  $a^2 + b^2 \geq c^2$ .

- Sử dụng bảng biến thiên: Lập bảng biến thiên của hàm số, từ đó, kết luận.





# VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau.

1.  $y = 4 \sin x \cos x + 1$

2.  $y = 4 - 3 \sin^2 2x$

a) Hàm số  $y = \cos x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

b) Hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

c) Hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]$ .

d) Hàm số  $y = \tan 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right]$ .

**Bài 9.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi hàm số sau:

①  $y = 5 \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2;$     ②  $y = \sqrt{1 - \cos(3x^2)} - 2;$     ③  $y = 2008 \cos \sqrt{x-1}.$

**Bài 10.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số:

①  $y = \sin x + \cos x;$     ②  $y = \sin^4 x + \cos^4 x;$     ③  $y = \sin^6 x + \cos^6 x.$





# BÀI TẬP VỀ NHÀ

 **Ví dụ 7.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a)  $y = 2 \sin x + 3$

b)  $y = \frac{1 - 2 \sin^2 x}{3}$

c)  $y = \sqrt{2 + \cos x} - 1$

d)  $y = 4 \sin x \cos x + 1;$

e)  $y = 4 - 3 \sin^2 2x.$

f)  $y = (3 - \sin x)^2 + 1$

g)  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

h)  $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

 **Ví dụ 8.** Tìm  $x$  để hàm số  $y = (\sin x + 3)^2 - 1$  đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Ví dụ 9.** Tìm  $x$  để hàm số  $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Ví dụ 10.** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số sau

a)  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$

b)  $y = \sin 2x - \cos 2x$

c)  $y = 3 \sin x + 4 \cos x$





# LƯU Ý

- Ghi nhớ tập giá trị của các hàm số cơ bản
- Ghi nhớ các công thức lượng giác
- Sử dụng các phép biến đổi lượng giác nếu có để đưa về các bất đẳng thức cơ bản

<http://tungnx.com>

**LƯỢNG GIÁC - TOÁN LỚP 11**





# Great!

Hãy Đăng ký (**Subscribe**) kênh Youtube **Maths9m** để nhận  
được thông báo về bài giảng mới nhất!

Video mới phát sóng lúc 8h sáng  
và 20h tối hàng ngày

<http://tungnx.com>

