TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 – LẦN 2
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 132

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Câu 1: Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\left(10^{\alpha}\right)^2 = 100^{\alpha}$. **B.** $\sqrt{10^{\alpha}} = \left(\sqrt{10}\right)^{\alpha}$. **C.** $\sqrt{10^{\alpha}} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. **D.** $\left(10^{\alpha}\right)^2 = 10^{\alpha^2}$.

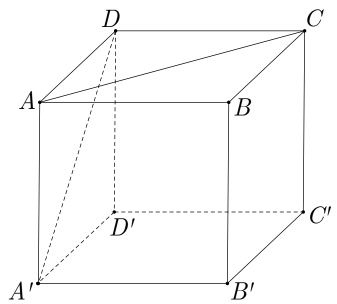
Câu 2: Giới hạn $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 3: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \int\limits_0^1 x^2 e^{2x} \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi \int\limits_0^1 xe^x \mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi \int\limits_0^1 x^2 e^{2x} \mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int\limits_0^1 x^2 e^x \mathrm{d}x$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

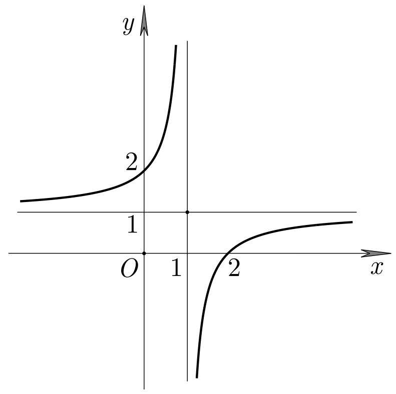


A. 45^0. **B.** 30^0.
C. 60^0. **D.** 90^0.

Câu 5: Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

A. 6^{10}. **B.** $6!$. **C.** A_{10}^6. **D.** C_{10}^6.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.
C. $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$

A. $(-1;\, 0)$. **B.** $(-1;\, 1)$.
C. $(-\infty;\, -1)$. **D.** $(0;\, +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3;\,2;\,0)$. **B.** $(3;\,-2;\,0)$. **C.** $(-1;\,0;\,0)$. **D.** $(1;\,0;\,0)$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x^2-x+1}{x}$. **B.** $y=x+\sqrt{1-x^2}$. **C.** $y=x^2+x+1$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+1}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}}<2$ là

A. $[0;\,1)$. **B.** $(-\infty;\,1)$. **C.** $(0;\,1)$. **D.** $(1;\,+\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;\,4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R):x+y-7=0$. **B.** $(S):x+y+z+5=0$.

C. $(Q):x-1=0$. **D.** $(P):z-2=0$.

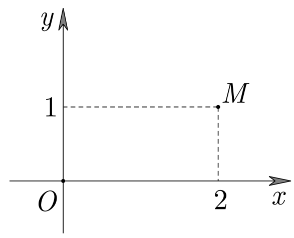
Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-3;\,2;\,1)$ và điểm $A(4;\,6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

A. $(7;\,4;-4)$. **B.** $(1;\,8;-2)$. **C.** $(-7;-4;\,4)$. **D.** $(-1;-8;\,2)$.

Câu 13: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ là

A. $2-i$. **B.** $1+2i$.

C. $1-2i$. **D.** $2+i$.



Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;\,4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2.

C. 4. **D.** 5.

x	$-\infty$		1		2		3		4
y'		+	0	−	‖	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	2	↘	-1

Câu 15: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln(2x+3)+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$. **C.** $\ln\left|2x+3\right|+C$. **D.** $\dfrac{1}{\ln 2}\ln\left|2x+3\right|+C$.

Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA=2a$, $AB=3a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: Tích phân $\displaystyle\int_0^1 x(x^2+3)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{7}{4}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36$.

Câu 19: Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm là $1+2i$?

A. $z^2-2z+3=0$. **B.** $z^2+2z+5=0$. **C.** $z^2-2z+5=0$. **D.** $z^2+2z+3=0$.

Câu 20: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60^0, bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 21: Cho biết $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3+2x-\dfrac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x-\cos x+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}x\sin 2x-\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$.

C. $x\sin x+\cos x+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}x\sin 2x+\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$.

Câu 22: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{V}{8}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{V}{2}$. **D.** $\dfrac{V}{16}$.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=xe^x$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{2}{e^2}$. **C.** $-e$. **D.** $-\dfrac{1}{e}$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1+\log_2 x}+\sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left[\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)|=2$ là

A. 5. **B.** 4.

C. 2. **D.** 3.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

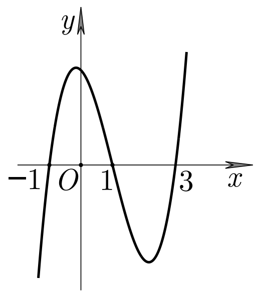
Câu 26: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\overline{z}=13+2i$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

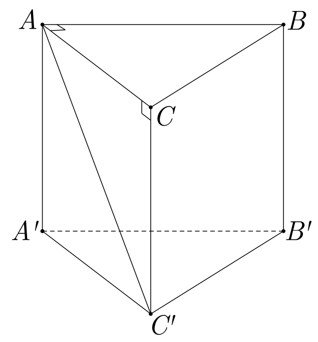
Câu 27: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ là

A. 1. **B.** 2.

C. 4. **D.** 3.

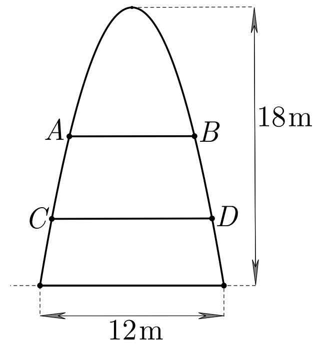


Câu 28: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30^0 (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng



A. $24\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$.
C. $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

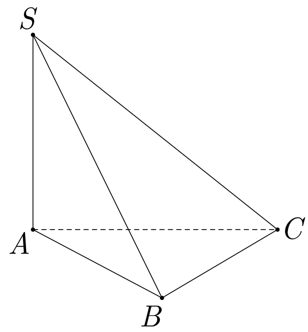
Câu 29: Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao $18\,\text{m}$, chiều rộng chân đế $12\,\text{m}$. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\dfrac{AB}{CD}$ bằng



A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$.
C. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\dfrac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 30: Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là
A. 10. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60^0 (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
C. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

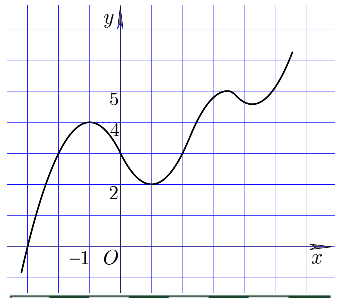
Câu 32: Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d,\ a \neq 0$ có $\min\limits_{(-\infty;\,0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng
A. $8a + d$. **B.** $d - 16a$. **C.** $d - 11a$. **D.** $2a + d$.

Câu 33: Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng các học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là $0{,}9$, $0{,}7$ và $0{,}8$. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi đã có 2 học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng 3 bạn trên.
A. $0{,}504$. **B.** $0{,}216$. **C.** $0{,}056$. **D.** $0{,}272$.

Câu 34: Sau 1 tháng thi công thì công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kề trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?
A. 19. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 20.

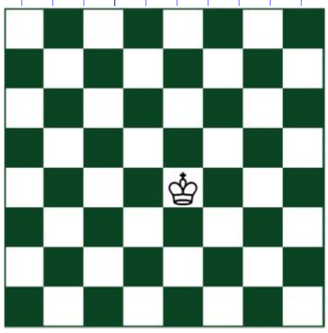
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính giá trị $f(2)$.
A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x^2 - 2x) = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.



A. 1. **B.** 4.
C. 2. **D.** 3.

Câu 37: Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.



A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{1}{32}$.
C. $\frac{3}{32}$. **D.** $\frac{3}{64}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f(2) + f(3) + \cdots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986. **B.** 1698. **C.** 1689. **D.** 1968.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2)$, $B(-3; 7; -18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABM) vuông góc với (P) và $MA^2 + MB^2 = 246$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0. **B.** -1. **C.** 10. **D.** 13.

Câu 40: Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + mx + 1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của (C) đi qua gốc tọa độ O?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41: Cho phương trình $\log_2\left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right).\log_5\left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right) = \log_m\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 42: Trong các số phức z thỏa mãn $\left|z^2 + 1\right| = 2\left|z\right|$, gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó môđun của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $\left|w\right| = 2\sqrt{2}$. **B.** $\left|w\right| = 2$. **C.** $\left|w\right| = \sqrt{2}$. **D.** $\left|w\right| = 1 + \sqrt{2}$.

Câu 43: Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$, $n \ge 1$. Tìm số giá trị nguyên của n với $n \le 2018$ sao cho tồn tại k $(0 \le k \le n - 1)$ thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

A. 2018. **B.** 673. **C.** 672. **D.** 2017.

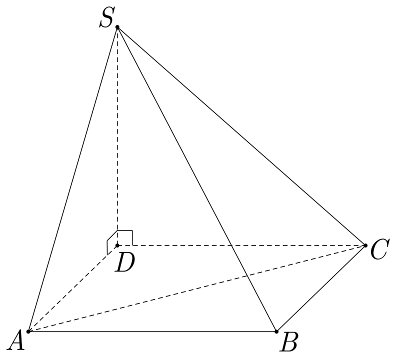
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véctơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}(2; 1; -1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}(1; -1; 0)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}(0; 1; -1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}(1; 2; 1)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = -5$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = -4$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $ABC = 120^0$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC).



A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = 0$ và $\max_{[0;1]} |f(x)| = 1$. Tích phân $I = \int_0^1 e^x f(x)\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; e-1\right)$. **C.** $\left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $(e-1; +\infty)$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \le 2m$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

--------------------------- HẾT ---------------------------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 - LẦN 2
MÔN TOÁN

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
132	1	D	209	1	A	357	1	A	485	1	B
132	2	A	209	2	D	357	2	C	485	2	D
132	3	C	209	3	D	357	3	C	485	3	C
132	4	C	209	4	C	357	4	D	485	4	D
132	5	C	209	5	C	357	5	C	485	5	C
132	6	B	209	6	A	357	6	C	485	6	C
132	7	A	209	7	D	357	7	B	485	7	A
132	8	D	209	8	B	357	8	C	485	8	B
132	9	D	209	9	C	357	9	B	485	9	A
132	10	A	209	10	D	357	10	A	485	10	D
132	11	A	209	11	A	357	11	D	485	11	C
132	12	B	209	12	B	357	12	C	485	12	D
132	13	A	209	13	C	357	13	D	485	13	B
132	14	A	209	14	A	357	14	B	485	14	B
132	15	B	209	15	B	357	15	D	485	15	A
132	16	B	209	16	C	357	16	B	485	16	B
132	17	D	209	17	A	357	17	B	485	17	A
132	18	B	209	18	D	357	18	B	485	18	C
132	19	C	209	19	B	357	19	C	485	19	B
132	20	A	209	20	D	357	20	C	485	20	C
132	21	C	209	21	C	357	21	B	485	21	D
132	22	A	209	22	B	357	22	A	485	22	B
132	23	D	209	23	A	357	23	C	485	23	D
132	24	B	209	24	C	357	24	D	485	24	B
132	25	A	209	25	C	357	25	D	485	25	C
132	26	D	209	26	B	357	26	B	485	26	A
132	27	A	209	27	C	357	27	C	485	27	B
132	28	B	209	28	B	357	28	A	485	28	D
132	29	C	209	29	A	357	29	A	485	29	B
132	30	A	209	30	D	357	30	D	485	30	D
132	31	D	209	31	D	357	31	D	485	31	A
132	32	B	209	32	B	357	32	A	485	32	C
132	33	D	209	33	A	357	33	B	485	33	A
132	34	B	209	34	C	357	34	B	485	34	D
132	35	B	209	35	A	357	35	A	485	35	D
132	36	C	209	36	C	357	36	B	485	36	C
132	37	D	209	37	B	357	37	D	485	37	B
132	38	C	209	38	A	357	38	D	485	38	B
132	39	B	209	39	D	357	39	C	485	39	A
132	40	B	209	40	B	357	40	A	485	40	A
132	41	D	209	41	C	357	41	B	485	41	D
132	42	A	209	42	B	357	42	D	485	42	C
132	43	B	209	43	D	357	43	C	485	43	D
132	44	C	209	44	B	357	44	B	485	44	A
132	45	D	209	45	A	357	45	A	485	45	C
132	46	C	209	46	A	357	46	A	485	46	A
132	47	B	209	47	A	357	47	C	485	47	A
132	48	C	209	48	D	357	48	D	485	48	D
132	49	D	209	49	D	357	49	A	485	49	C
132	50	C	209	50	C	357	50	A	485	50	D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THPT CHUYÊN ĐH VINH LẦN 2 – 2018

Mã đề: 132

1.D	2.A	3.C	4.C	5.C	6.B	7.A	8.D	9.D	10.A
11.A	12.B	13.A	14.A	15.B	16.B	17.D	18.B	19.C	20.A
21.C	22.A	23.D	24.B	25.A	26.D	27.A	28.B	29.C	30.A
31.D	32.B	33.D	34.B	35.B	36.C	37.D	38.C	39.B	40.B
41.D	42.A	43.B	44.C	45.D	46.C	47.B	48.C	49.D	50.C

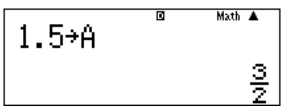
Câu 1: Đáp án A.

__Cách 1:__ Phương pháp tự luận

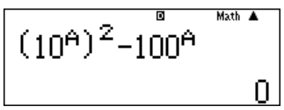
Với mọi số thực a bất kỳ, ta có $\begin{cases} \left(10^{\alpha}\right)^2 = \left(10^2\right)^{\alpha} = 10^{2\alpha} = 100^{\alpha} \\ \sqrt{10^{\alpha}} = \left(\sqrt{10}\right)^{\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$

Suy ra các phương án A, B, C đúng; phương án D sai.

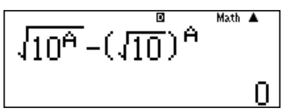
__Cách 2:__ Sử dụng MTCT



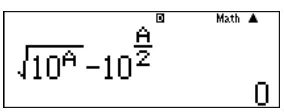
Chọn một số thực α bất kì rồi thử từng phương án bằng MTCT. Chẳng hạn, ta chọn $\alpha = 1,5$ và gán vào biến nhớ A, ấn: [1] [•] [5] [SHIFT] [RCL] [(−)]



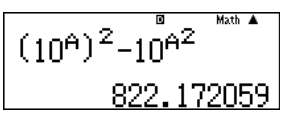
* *Phương án A:* Nhập $\left(10^{A}\right)^2 - 100^{A}$, ấn: [(] [1] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [▶] [)] [x²] [−] [1] [0] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [=]. Kết quả bằng 0, vậy phương án A đúng.



* *Phương án B:* Nhập $\sqrt{10^{A}} - \left(\sqrt{10}\right)^{A}$, ấn: [√■] [1] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [▶] [▶] [−] [(] [√■] [1] [0] [▶] [)] [x■] [ALPHA] [(−)] [=]. Kết quả bằng 0, vậy phương án B đúng.



* *Phương án C:* Nhập $\sqrt{10^{A}} - 10^{\frac{A}{2}}$, ấn [◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [1] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [■/■] [2] [=]. Kết quả bằng 0, vậy phương án C đúng.



* *Phương án D:* Nhập $\left(10^{A}\right)^2 - 10^{A^2}$, ấn [(] [1] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [▶] [)] [x²] [−] [1] [0] [x■] [ALPHA] [(−)] [x²] [=]. Kết quả xấp xỉ bằng 822, vậy phương án D sai.

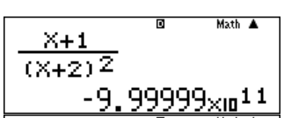
Câu 2: Đáp án A.

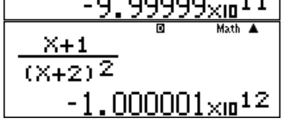
__Cách 1:__ Phương pháp tự luận

$\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty$ do khi $x \to -2$ thì $x+1 \to -1$ và $(x+2)^2 \to 0$.

__Cách 2:__ Sử dụng MTCT

Nhập vào màn hình $\dfrac{X+1}{(X+2)^2}$, sau đó dùng chức năng CALC với $X = -2 + 10^{-6}$ và $X = -2 - 10^{-6}$, ấn:





[■/■] [ALPHA] [)] [+] [1] [▼] [(] [ALPHA] [)] [+] [2] [)] [x²] [CALC] [(−)] [2] [+] [1] [0] [x■] [(−)] [6] [=] [CALC] [(−)] [2] [−] [1] [0] [x■] [(−)] [6] [=]

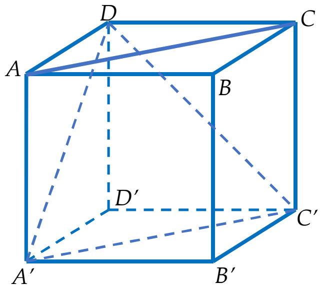
Kết quả lần lượt là $-9,99999 \times 10^{11} \to -\infty$ và $-1,000001 \times 10^{12} \to -\infty$.

Vậy $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty$.

Câu 3: Đáp án C.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x, y = 0, x = 0, x = 1$ quanh trục hoành là: $V = \pi\int_0^1 \left(xe^x\right)^2 dx = \pi\int_0^1 x^2e^{2x}dx$.

Câu 4: Đáp án C.



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $AC // A'C'$.

Suy ra $\left(\widehat{AC, A'D}\right) = \left(\widehat{A'C', A'D}\right)$. Đặt cạnh của hình lập phương bằng $a, (a > 0)$.

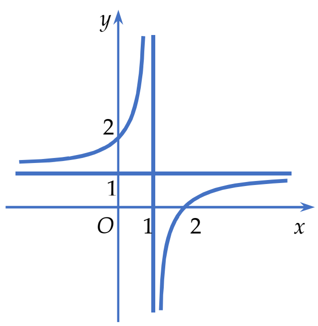
Khi đó $A'C' = A'D = C'D = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta A'C'D$ đều.

Vậy $\left(\widehat{AC, A'D}\right) = \left(\widehat{A'C', A'D}\right) = \widehat{DA'C'} = 60°$.

Câu 5: Đáp án C.

Số cách xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là A_{10}^6 (cách).

Câu 6: Đáp án B.



Quan sát đồ thị hàm số hình bên, ta thấy:

* Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, đường tiệm cận ngang là $y = 1$. Loại phương án A, C.

* Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(2;0)$, đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;2)$. Loại phương án D, chọn phương án B.

Câu 7: Đáp án A.

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Câu 8: Đáp án D.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (Oxy) là: $z = 0$.

Suy ra tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn phương trình: $4 + 2t = 0 \Leftrightarrow t = -2$. Vậy giao điểm là $(1;0;0)$.

Câu 9: Đáp án D.

* *Phương án A:* Ta có $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x} = x - 1 + \dfrac{1}{x}$. suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 0$, đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$. Suy ra:

$\lim\limits_{x\to 0^-} y = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x^2 - x + 1}{x} = -\infty; \lim\limits_{x\to 0^+} y = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^2 - x + 1}{x} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x = 0$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y = \lim\limits_{x\to -\infty}\left(x - 1 + \dfrac{1}{x}\right) = -\infty; \lim\limits_{x\to +\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty}\left(x - 1 + \dfrac{1}{x}\right) = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to -\infty}\left[y - (x-1)\right] = \lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1}{x} = 0; \lim\limits_{x\to +\infty}\left[y - (x-1)\right] = \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{x} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

* *Phương án B:* Đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{1 - x^2}$ không có tiệm cận.

* *Phương án C:* Đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ không có tiệm cận.

STUDY TIPS

1. Đường $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = y_0$.

2. Đường $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty; \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty;$

$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty; \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty$

3. Đường thẳng $y = ax + b$, $(a \ne 0)$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

$\lim\limits_{x\to -\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$

hoặc

$\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x) - (ax + b)\right] = 0$.

* *Phương án D:* Ta có $y=x+\sqrt{x^2+1}=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}{x-\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2-1}}$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2-1}}=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2-1}}=0\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 10: Đáp án A.

Ta có $2^{\sqrt{x}}<2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ \sqrt{x}<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x<1\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x<1$. Vật tập nghiệm là $S=[0;1)$.

Câu 11: Đáp án A.

Câu 12: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=\vec{a}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-4=-3\\ y_B-6=2\\ z_B+3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=1\\ y_B=8\\ z_B=-2\end{cases}$. Vậy $B(1;8;-2)$.

Câu 13: Đáp án A.

Điểm $M(2;1)$ biểu diễn số phức $z=2+i\Rightarrow\bar{z}=2-i$.

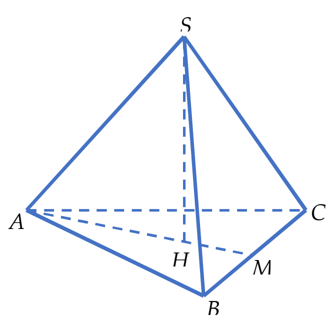
Câu 14: Đáp án A.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu khi x đi qua các điểm $x=1, x=2$ và $x=3$ nên hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị trên $(-\infty;4]$.

Câu 15: Đáp án B.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{2x+3}=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{\mathrm{d}(2x+3)}{2x+3}=\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C.$

Câu 16: Đáp án B.



Ta có $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SA=SB=SC$ và ΔABC đều.

Gọi H là trọng tâm của $\Delta ABC\Rightarrow HA=HB=HC$. Suy ra H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) hay $SH\perp(ABC)\Rightarrow SH=d(S;(ABC))$.

Gọi M là trung điểm của BC thì $AM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$. Do H là trọng tâm của ΔABC nên $HA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Trong ΔSHA vuông tại H có: $SH=\sqrt{SA^2-HA^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a$.

Vậy $d(S;(ABC))=SH=a$.

Câu 17: Đáp án D.

Ta có $\int\limits_0^1 x\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(x^3+3x\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{3x^2}{2}\right)\right|_0^1=\dfrac{7}{4}$.

Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng MTCT để tính tích phân này.

Câu 18: Đáp án B.

Giao điểm của trục Oz với mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ là $A(0;0;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=5+t \\ y=2t \\ z=6-t \end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right).$

STUDY TIPS

Mặt cầu tâm $\mathrm{I}(a;b;c)$, bán kính R có phương trình tổng quát là:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$

Giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=5+t \\ y=2t \\ z=6-t \\ 2x+6y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+t \\ y=2t \\ z=6-t \\ 2(5+t)+6.2t+(6-t)-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \\ z=7 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow B(4;-2;7).$$

Gọi I là trung điểm AB thì $IA=IB=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4^2+(-2)^2+(7-3)^2}=3$ và $I(2;-1;5)$

Vậy phương trình mặt cầu tâm I, đường kính AB là:

$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$$

Câu 19: Đáp án C.

STUDY TIPS

Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng MTCT để tìm các nghiệm của các phương trình đã cho, thực hiện bằng việc sử dụng phương thức **EQN:** MODE 5 3.

* *Phương án A:* $z^2-2z+3=0\Leftrightarrow(z-1)^2+2=0\Leftrightarrow(z-1)^2=2i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=1+\sqrt{2}i \\ z=1-\sqrt{2}i \end{array}\right.$

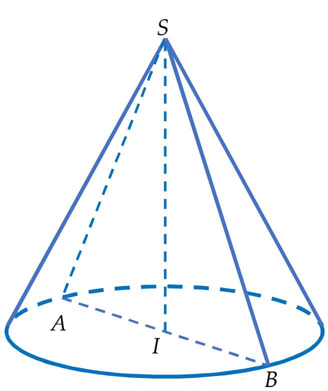
* *Phương án B:* $z^2+2z+5=0\Leftrightarrow(z+1)^2+4=0\Leftrightarrow(z+1)^2=4i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-1+2i \\ z=-1-2i \end{array}\right.$

* *Phương án C:* $z^2-2z+5=0\Leftrightarrow(z-1)^2+4=0\Leftrightarrow(z-1)^2=4i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=1+2i \\ z=1-2i \end{array}\right.$

* *Phương án D:* $z^2+2z+3=0\Leftrightarrow(z+1)^2+2=0\Leftrightarrow(z+1)^2=2i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-1+\sqrt{2}i \\ z=-1-\sqrt{2}i \end{array}\right.$

Vậy phương trình $z^2-2z+5=0$ có một nghiệm là $z=1+2i.$

Câu 20: Đáp án A.



Giả sử hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn tâm I, bán kính $R=a.$

Kẻ đường kính AB của đường tròn $(I;a)$, suy ra I là trung điểm của AB.

Từ giả thiết ta có $\widehat{ASB}=60^\circ\Rightarrow\widehat{ISA}=\widehat{ISB}=\dfrac{1}{2}\widehat{ASB}=30^\circ.$

Trong ΔSIA vuông tại I, ta có $IA=SA.\sin\widehat{ISA}\Leftrightarrow SA=\dfrac{R}{\sin 30^\circ}=\dfrac{a}{\sin 30^\circ}=2a.$ Suy ra đường sinh của hình nón là $l=IA=IB=2a.$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi Rl=\pi.a.2a=2\pi a^2$ (đvdt).

Câu 21: Đáp án C.

Ta có $F(x)=\int f(x)dx$ nên $F'(x)=f(x).$

Lại có $F'(x)=x^2+2+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^4+2x^2+1}{x^2}=\dfrac{(x^2+1)^2}{x^2}.$

Khi đó $F'(x)=f(x)\Leftrightarrow \dfrac{\left(x^2+1\right)^2}{x^2}=\dfrac{\left(x^2+a\right)^2}{x^2}$. Sử dụng phương pháp đồng nhất hệ số ta được $a=1$. Suy ra $g(x)=x\cos x$ và $\int g(x)\mathrm{d}x=\int x\cos x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\sin x\end{cases}$ và $\int g(x)\mathrm{d}x=x\sin x-\int\sin x\mathrm{d}x=x\sin x+\cos x+C$.

Câu 22: Đáp án A.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$

$\Rightarrow V_{S.A'B'C'}=\dfrac{V_{S.ABC}}{8}=\dfrac{V}{8}$.

STUDY TIPS

Khối chóp tam giác S.ABC có các điểm A′,B′,C′ lần lượt thuộc các đường thẳng SA, SB, SC thì:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$$

Câu 23: Đáp án D.

Ta có $y'=e^x+xe^x=(x+1)e^x;y'=0\Leftrightarrow x=-1\in[-2;0]$.

Lại có $y(-2)=-\dfrac{2}{e^2};y(-1)=-\dfrac{1}{e};y(0)=0$ nên $\begin{cases}\min\limits_{[-2;0]}y=y(-1)=-\dfrac{1}{e}\\ \max\limits_{[-2;0]}y=y(0)=0\end{cases}$

Câu 24: Đáp án B.

Hàm số $y=\sqrt{1+\log_2 x}+\sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\1-x>0\\1+\log_2 x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x<1\\ \log_2 x\ge -1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}0<x<1\\ x\ge\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\le x<1$. Vậy tập xác định là $D=\left[\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 25: Đáp án A.

STUDY TIPS

Khi tịnh tiến điểm $M(x_0;y_0)$ sang bên phải a đơn vị theo phương Ox, ta được điểm $M'(x_0+1;y_0)$.

Ta có đồ thị của hàm số $y=f(x-1)$ thu được khi tịnh tiến đồ thị $y=f(x)$ sang phải 1 đơn vị, theo phương của trục Ox. Khi đó các điểm trên đồ thị $y=f(x)$ cũng sẽ bị tịnh tiến sang phải 1 đơn vị.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)=f(x-1)$:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)=\left|f(x-1)\right|$ (phần nét liền trong hình dưới):

x	$-\infty$			-1			4			$+\infty$
$g'(x)$		+		0	−		0	+		
$g(x)$	$+\infty$ ($-\infty$)	↘	0	↗ 4	↘	0	↗ 2 (-2)	↘	0	↗ $+\infty$

STUDY TIPS

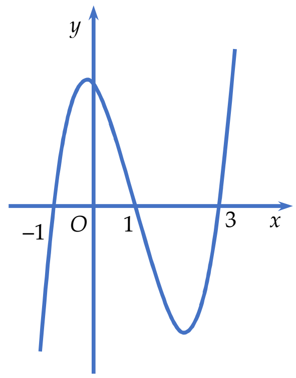
Từ đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$, muốn biến đổi thành đồ thị (C'): $y=\left|f(x)\right|$ ta cần thực hiện như sau:

* Giữ lại phần đồ thị (C) nằm phía trên trục Ox.

* Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục Ox (bỏ phần đồ thị nằm phía dưới trục Ox).

Hợp hai phần đồ thị trên, ta được đồ thị (C') của hàm số $y=\left|f(x)\right|$.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)=\left|f(x-1)\right|$ tại 5 điểm. Vậy phương trình $\left|f(x-1)\right|=2$ có 5 nghiệm.



STUDY TIPS

Một vài lý thuyết cần nhớ:

1. Nếu phương trình $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0=0$ có n nghiệm $x=x_1, x=x_2,..., x=x_n$ thì ta có :

$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n)$.

2. Đạo hàm của hàm số hợp:

Nếu $y=y(u(x))$ thì ta có công thức sau:

$y'(x)=y'(u).u'(x)$

Câu 26: Đáp án D.

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=x-yi.$

Từ giả thiết, ta có $(1+i)(x+yi)+(2-i)(x-yi)=13+2i$

$\Leftrightarrow x-y+(x+y)i+2x-y-(x+2y)i=13+2i\Leftrightarrow(3x-2y)-yi=13+2i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=13\\-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}\Rightarrow z=3-2i.$

Câu 27: Đáp án A.

Quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có dạng bậc ba $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$. Mà phương trình $f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $x=-1,x=1,x=3$ nên $f'(x)=a(x+1)(x-1)(x-3)$ với $a>0$.

Suy ra $f'\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)=a\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-3\right)$

$\Rightarrow f'\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)=\dfrac{a(x+1)^2\left(x^2+2x-7\right)}{\sqrt{x^2+2x+2}+3}$, với $a>0$.

Đặt $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$. Áp dụng quy tắc tính đạo hàm hàm số hợp $y'(x)=y'(u).u'(x)$ của hàm số $y=y(u(x))$, ta có:

$g'(x)=\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)'.f'\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}.f'\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$

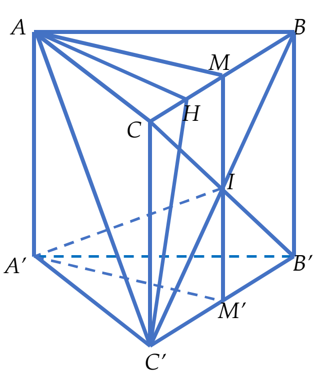
$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{a(x+1)^3\left(x^2+2x-7\right)}{\sqrt{x^2+2x+2}\left(\sqrt{x^2+2x+2}+3\right)};g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-1+2\sqrt{2}\\x=-1-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Với $a>0$ ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ như sau:

x	$-\infty$		$-1-2\sqrt{2}$		-1		$-1+2\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$. Vậy hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 28: Đáp án B.



ΔABC vuông tại A nên $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a$. Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow MA=MB=MC=\dfrac{BC}{2}=a=AC\Rightarrow\Delta AMC$ đều. Gọi H là trung điểm $MC\Rightarrow AH\perp MC$ hay $AH\perp BC$, và $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases}(ABC)\perp(BCC'B')\\(ABC)\cap(BCC'B')=BC\\AH\subset(ABC):AH\perp BC\end{cases}\Rightarrow AH\perp(BCC'B')$

$\Rightarrow H$ là hình chiếu của A trên $(BCC'B')\Rightarrow\left(\widehat{AC',(BCC'B')}\right)=\left(\widehat{AC',HC'}\right)=\widehat{AC'H}.$

Từ giả thiết, ta có $\widehat{AC'H}=30°$. $\Delta AHC'$ vuông tại H nên $AH=AC'.\sin\widehat{AC'H}$ hay $AC'=\dfrac{a\sqrt{3}}{2.\sin 30°}=a\sqrt{3}.$

$\Delta ACC'$ vuông tại C nên $CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}=a\sqrt{2}.$

Gọi M' là trung điểm của $B'C'\Rightarrow MM'//CC'$ và $MM'=CC'=a\sqrt{2}.$

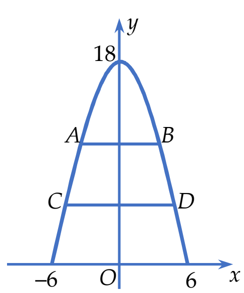
Gọi $I=B'C\cap BC'$, do $BCC'B'$ là hình chữ nhật nên I là trung điểm MM' và $IB=IC=IC'=IB'=\dfrac{B'C}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(2a)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.$

Có $IM=IM'=\dfrac{MM'}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow IA=IA'=\sqrt{IM'^2+A'M'}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+a^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.$

Vậy $IA'=IB'=IC'=IA=IB=IC=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tâm I, bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.$

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=6\pi a^2$ (đvdt).

Câu 29: Đáp án C.



Cổng chào có dạng parabol (P) được gắn vào hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Giả sử phương trình parabol (P) có dạng $y=ax^2+bx+c,(a<0)$. Khi đó (P) cắt trục hoành tại các điểm $(-6;0)$ và $(6;0)$, (P) có đỉnh là $(0;18)$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}a.(-6)^2+b.(-6)+c=0\\a.6^2+b.6+c=0\\18=a.0^2+b.0+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}36a-6b+c=0\\36a+6b+c=0\\c=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=0\\c=18\end{cases}$

Suy ra $(P):y=-\dfrac{1}{2}x^2+18.$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và AB, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và CD, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành.

Theo giả thiết ta có $S_1=\dfrac{S}{3}$ và $S_2=\dfrac{2S}{3}.$

Ta có công thức tính nhanh: $\dfrac{AB}{CD}=\sqrt[3]{\dfrac{S_1}{S_2}}=\sqrt[3]{\dfrac{S}{3}.\dfrac{3}{2S}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}.$

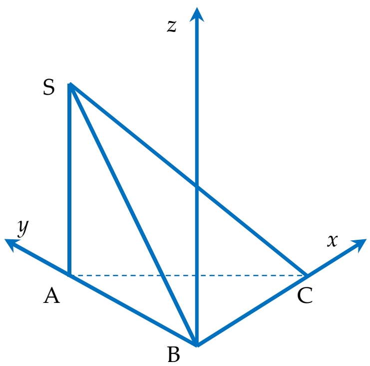
Câu 30: Đáp án A.

Điều kiện: $x^2+mx+1>0$. Ta có $y'=\dfrac{2x+m}{x^2+mx+1}.$

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' \geq 0, \forall x \in (0;+\infty) & (1) \\ x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in (0;+\infty) & (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow m \geq -2x, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow m \geq 0$. Khi $m \geq 0$ thì (2) luôn đúng với mọi $x \in (0;+\infty)$. Kết hợp với điều kiện đề bài, vậy $m \in [0;10)$. Có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 31: Đáp án D.



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Suy ra $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SB,AB}\right) = \widehat{SBA} = 60°$. Trong ΔSAB vuông tại A có $SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Bxyz$ như hình vẽ, trong đó: $B(0;0;0), A(0;a;0), C(a;0;0)$, $S(0;a;a\sqrt{3})$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (0;-a;0), \overrightarrow{SC} = (a;-a;-a\sqrt{3}), \overrightarrow{BC} = (a;0;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right] = \left(a^2\sqrt{3};0;a^2\right)$

Vậy $d(AB;SC) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right].\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right]\right|} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2a^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Đáp án B.

Nếu $a < 0$ thì $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ Không tồn tại giá trị nhỏ nhất trên đoạn $(-\infty;0)$ nếu $a < 0$.

Nếu $a > 0$ và $\min\limits_{(-\infty;0)} f(x) = f(-2)$ thì $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 3a(-2)^2 + c = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0$.

Suy ra $f(x) = ax^3 - 12a + d$. Xét hàm số $f(x) = ax^3 - 12ax + d$ trên $[1;3]$

Có $f'(x) = 3ax^2 - 12a = 3a(x^2 - 4); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2(\text{L}) \\ x = 2(\text{tm}) \end{array}\right.$

Suy ra $\lim\limits_{[1;3]} f(x) = \min\{f(1), f(2), f(3)\} = \min\{d - 11a; d - 16a; d - 9a\} = d - 16a$.

Câu 33: Đáp án D.

Gọi *A, B, C* lần lượt là các biến cố "bạn An thuộc bài", "bạn Bính thuộc bài" và "bạn Cường thuộc bài".

Suy ra xác suất để ba bạn An, Bình, Cường thuộc bài lần lượt là $P(A) = 0,9;$ $P(B) = 0,7; P(C) = 0,8$ và xác suất để các bạn An, Bình, Cường không thuộc bài lần lượt là $P(\overline{A}) = 0,1; P(\overline{B}) = 0,3; P(\overline{C}) = 0,2$.

Xác suất cần tính là

$$P = P(\overline{A}).P(B).P(C) + P(A).P(\overline{B}).P(C) = 0,1.0,7.0,8 + 0,9.0,3.0,8 = 0,272.$$

Câu 34: Đáp án B.

Giả sử rằng với tiến độ ban đầu thì 1 tháng sẽ thi công được một khối lượng công việc là *A*. Khối lượng công việc để hoàn thành công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X là $A + 23A = 24A$.

Thực tế, khối lượng công việc thực hiện là

$$A+A(1+4\%)+A(1+4\%)^2+...+A(1+4\%)^{n-1}=\frac{A\left[(1+4\%)^n-1\right]}{(1+4\%)-1}$$

Trong đó $A(1+4\%)^{n-1}$ là khối lượng công việc ở tháng thứ n.

Suy ra $\frac{A\left[(1+4\%)^n-1\right]}{4\%}=24A\Leftrightarrow(1,04)^n=1,96\Leftrightarrow n=\log_{1,04}(1,96)\approx17,15.$ Vậy chọn $n=18.$

Câu 35: Đáp án B.

Từ giả thiết $f(x)=xf'(x)-2x^3-3x^2\Leftrightarrow xf'(x)-f(x)=2x^3+3x^2$

$$\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{x}-\frac{f(x)}{x^2}=2x+3\Leftrightarrow\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=2x+3\Leftrightarrow\left[\frac{f(x)}{x}\right]'=2x+3.$$

Suy ra $\int\left[\frac{f(x)}{x}\right]'\mathrm{d}x=\int(2x+3)\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{f(x)}{x}=x^2+3x+C\Leftrightarrow f(x)=x^3+3x^2+Cx.$

Do $f(1)=4$ nên $4+C=4\Leftrightarrow C=0.$ Khi đó $f(x)=x^3+3x^2.$

Vậy $f(2)=2^3+3.2^2=20.$

Câu 36: Đáp án C.

Đặt $t=x^2-2x.$ Xét hàm số $t(x)=x^2-2x$ trên $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right].$

Ta có $t'(x)=2x-2;t'(x)=0\Leftrightarrow t=1.$ Bảng biến thiên:

$$\begin{array}{c|ccccc}
x & -\frac{3}{2} & & 1 & & \frac{7}{2} \\
\hline
t'(x) & & - & 0 & + & \\
\hline
t(x) & \frac{21}{4} & \searrow & -1 & \nearrow & \frac{21}{4}
\end{array}$$

Với mỗi $t\in\left(-1;\frac{21}{4}\right]$ thì cho ta 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right].$

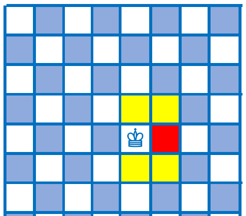
Để phương trình $f(x^2-2x)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]\Leftrightarrow$ Phương trình $f(t)=m$ có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$, tương đương với phương trình $f(x)=m$ có 2 nghiệm $x\in\left(-1;\frac{21}{4}\right].$ Khi đó đường thẳng $x=m$ cắt đồ thị $f(x)$ tại 2 điểm có hoành độ $x\in\left(-1;\frac{21}{4}\right].$

Dựa vào đồ thị ta tìm được $m\in\{3;5\}.$ Vậy có 2 giá trị nguyên của $m.$

Câu 37: Đáp án D.

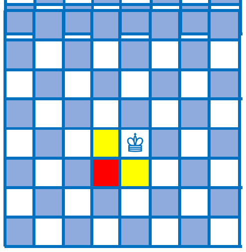
Bước di chuyển đầu tiên của quân vua có 8 cách, bước di chuyển thứ hai của quân vua có 8 cách và bước di chuyển thứ ba của quân vua có 8 cách. Vậy phép thử là "Di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước" và số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=8^3$.

Gọi A là biến cố "Sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát". Ta xét hai trường hợp sau:



* Trường hợp 1: Trước tiên di chuyển vua sang ô đen liền kề có 4 cách (được đánh dấu màu đỏ), tiếp tới di chuyển vua sang các ô được đánh dấu màu vàng có 4 cách, cuối cùng di chuyển vua về vị trí cũ có 1 cách (hình vẽ bên)

Vậy trường hợp này có $4.4.1=16$ cách di chuyển thỏa mãn.



* Trường hợp 2: Trước tiên di chuyển vua sang ô trắng được đánh dấu màu đỏ có 4 cách, tiếp theo di chuyển vua sang ô đen được đánh dấu màu vàng có 2 cách, cuối cùng di chuyển vua về vị trí cũ có 1 cách (hình vẽ bên).

Vậy trường hợp này có $4.2.1=8$ cách di chuyển quân vua thỏa mãn bài toán.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=16+8=24$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{24}{8^3}=\dfrac{3}{64}$.

Câu 38: Đáp án C.

Ta có $f(2)+f(3)+...+f(2018)=\ln\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)+\ln\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)+...+\ln\left(1-\dfrac{1}{2018^2}\right)$

$$=\ln\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{2018^2}\right)\right]=\ln\frac{(2^2-1)(3^2-1)...(2018^2-1)}{2^2.3^2...2018^2}$$

$$=\ln\frac{1.3.2.4.3.5...2017.2019}{(2.3...2018)^2}=\ln\frac{(1.2.3...2017).(3.4.5...2019)}{(2.3...2018)^2}=\ln\frac{2017!.\frac{2019!}{1.2}}{(2018!)^2}$$

$$=\ln\frac{2019}{2018.2}=\ln\frac{3.673}{2^2.1009}=\ln 3-\ln 4+\ln 673-\ln 1009.$$

Vậy $a+b+c+d=3+4+673+1009=1689$.

Câu 39: Đáp án B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-16)$ và VTPT của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-12;-30;-6)$. Từ giả thiết ta có VTPT của mặt phẳng (ABM) là $\overrightarrow{n_{(ABM)}}=(2;5;1)$. Phương trình $(ABM):2(x+1)+5(y-3)+(z+2)=0$

$\Leftrightarrow 2x+5y+z-11=0$.

Từ giả thiết, ta có hệ $\begin{cases}M\in(P)\\M\in(ABM)\\MA^2+MB^2=246\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b+c+1=0\\2a+5b+c-11=0\\(a+1)^2+(b-3)^2+(c+2)^2+(a+3)^2+(b-7)^2+(c+18)^2=246\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\c=1-2a\\(a+1)^2+(2a-3)^2+(a+3)^2+(2a-19)^2=220\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\c=1-2a\\10a^2-80a+160=0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \\ c=-7 \end{cases}$. Vậy $M(4;2;-7) \Rightarrow S=a+b+c=4+2-7=-1.$

Câu 40: Đáp án B.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$.

Hệ số góc của d là $k=y'(x_0)=-3x_0^2+2mx_0+m=-3\left(x_0^2-2x_0.\frac{m}{3}+\frac{m^2}{9}-\frac{m^2}{9}-\frac{m}{3}\right)$

$\Rightarrow k=-3\left(x_0-\frac{m}{3}\right)^2+\frac{m^2}{3}+m \le \frac{m^2}{3}+m.$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x_0=\frac{m}{3}$.

Suy ra hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến là $k_{\max}=\frac{m^2}{3}+m,$ khi đó tiếp điểm là $M\left(\frac{m}{3};\frac{2m^3}{27}+\frac{m^2}{3}+1\right)$.

Phương trình đường tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất là

$$y=\left(\frac{m^2}{3}+m\right)\left(x-\frac{m}{3}\right)+\frac{2m^3+9m^2+27}{27}$$

Do tiếp tuyến này đi qua điểm $O(0;0)$ nên $-\frac{m}{3}\left(\frac{m^2}{3}+m\right)+\frac{2m^3+9m^2+27}{27}=0$

$\Leftrightarrow -\frac{m^3}{27}+1=0 \Leftrightarrow m=3$. Vậy có đúng 1 giá trị của m.

Câu 41: Đáp án D.

Đặt $t=x-\sqrt{x^2-1}>0.$ Xét hàm số $t(x)=x-\sqrt{x^2-1}$ trên $(2;+\infty)$.

Ta có $t'(x)=1-\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=\frac{\sqrt{x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}}<\frac{|x|-x}{\sqrt{x^2-1}}=0$ do $x>2$ nên $|x|-x=0.$ Suy ra hàm số $t(x)$ nghịch biến trên $(2;+\infty) \Rightarrow 0<t(x)<t(2)=2-\sqrt{3} \Rightarrow t \in \left(0;2-\sqrt{3}\right)$.

Phương trình đã cho trở thành: $\log_2 t.\log_5 t=-\log_m t \Leftrightarrow \log_5 t=-\log_m t.\log_t 2$

$\Leftrightarrow \log_5 t=-\log_m 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 m}=-\log_5 t \quad (1)$

Xét hàm số $f(t)=-\log_5 t$ trên $\left(0;2-\sqrt{3}\right)$.

Ta có $f'(t)=-\frac{1}{t\ln 5}<0, \forall t \in \left(0;2-\sqrt{3}\right)$. Bảng biến thiên:

x	0		$2-\sqrt{3}$
$t'(x)$		$-$	
$t(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\log_5\left(2-\sqrt{3}\right)$

Phương trình đã cho có nghiệm $x>2 \Leftrightarrow$ Phương trình (1) có nghiệm $t \in \left(0;2-\sqrt{5}\right)$. Quan sát bảng biến thiên, ta được $\frac{1}{\log_2 m}>-\log_5\left(2-\sqrt{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 m} > \log_5\left(2+\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow \frac{1-\log_2 m.\log_5\left(2+\sqrt{3}\right)}{\log_2 m} > 0$$

$\Leftrightarrow 0 < \log_2 m < \dfrac{1}{\log_5\left(2+\sqrt{3}\right)} \Leftrightarrow 1 < m < 2^{\frac{1}{\log_5\left(2+\sqrt{3}\right)}}$. Vậy các giá trị nguyên dương khác 1 của m là $m=2$. Có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 42: Đáp án A.

Từ giả thiết ta có: $\left|z^2+1\right| = 2|z| \Leftrightarrow \left|z^2+1\right|^2 = 4|z|^2 \Leftrightarrow \left(z^2+1\right)\left(\overline{z^2+1}\right) = 4z\overline{z}$

$$\Leftrightarrow \left(z^2+1\right)\left(\overline{z}^2+1\right) = 4z.\overline{z} \Leftrightarrow \left(z.\overline{z}\right)^2 + z^2 + \overline{z}^2 + 1 - 4z.\overline{z} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(z+\overline{z}\right)^2 + \left(z.\overline{z}\right)^2 - 6z.\overline{z} + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(z+\overline{z}\right)^2 + |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = 0.$$

Suy ra $|z|^4 - 6|z|^2 + 1 = -\left(z+\overline{z}\right)^2 \le 0$ hay $3-2\sqrt{2} \le |z|^2 \le 3+2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}-1 \le |z| \le \sqrt{2}+1$. Suy ra $\begin{cases} |z_1| = \sqrt{2}-1 \\ |z_2| = \sqrt{2}+1 \end{cases}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |z_1| = \sqrt{2}-1 \\ |z_2| = \sqrt{2}+1 \\ z+\overline{z} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} z_1 = \left(\sqrt{2}-1\right)i \\ z_1 = \left(1-\sqrt{2}\right)i \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} z_2 = \left(\sqrt{2}+1\right)i \\ z_2 = -\left(\sqrt{2}+1\right)i \end{array}\right. \end{cases}$. Vậy $\left[\begin{array}{l} |w| = |z_1+z_2| = 2\sqrt{2} \\ |w| = |z_1+z_2| = 2 \end{array}\right.$

Nhận xét chủ quan của tác giả: Bài này kết quả xảy ra hai khả năng của $|w|$ như ở trên. Tuy nhiên trong quá trình giải, tác giả nhận thấy chưa có sự sai sót nào ở đây, rất mong nhận được các ý kiến đóng góp cũng như thảo luận của quý độc giả để tìm ra một hướng giải tối ưu hơn.

Câu 43: Đáp án B.

Ta có khai triển $\left(1+2x\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(2x\right)^k = \sum_{k=0}^{n} C_n^k 2^k x^k$.

Từ giả thiết $\left(1+2x\right)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$ ta có $\begin{cases} a_k = C_n^k 2^k \\ a_{k+1} = C_n^{k+1} 2^{k+1} \end{cases}$

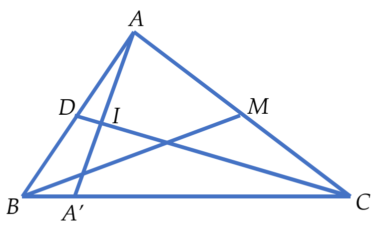
Để $a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow C_n^k.2^k = C_n^{k+1}.2^{k+1} \Leftrightarrow \dfrac{n!}{\left(n-k\right)!k!}.2^k = \dfrac{n!}{\left(n-k-1\right)!.\left(k+1\right)!}.2.2^k$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n-k} = \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k+1 = 2\left(n-k\right) \Leftrightarrow k = \frac{2n-1}{3}$$

Từ đó ta có: $\begin{cases} n,k \in \mathbb{N} \\ 0 \le k \le n-1 \\ n \le 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ k = \dfrac{2n-1}{3} \in \mathbb{N} \\ 2 \le n \le 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3t+2 \\ k = 2t+1 \\ t \in \mathbb{N} \\ 2 \le n \le 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le t \le 672 \\ t \in \mathbb{N} \end{cases}$

Có $672-0+1 = 673$ số nguyên t thỏa mãn. Vậy có 673 số n thỏa mãn.

Câu 44: Đáp án C.



Gọi M là trung điểm của AC và D là chân đường phân giác kẻ từ C đến AB. Khi đó phương trình tham số của BM và CD lần lượt là $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 + 2t \left(t \in \mathbb{R}\right) \\ z = 2 - t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 4 - t' \quad \left(t' \in \mathbb{R}\right). \\ z = 2 - t' \end{cases}$

Ta có $M \in BM \Rightarrow M\left(3 - x_M; 3 + 2x_M; 2 - x_M\right)$. Do M là trung điểm của AC nên $C\left(4 - 2x_M; 3 + 4x_M; 1 - 2x_M\right)$. Mà $C \in CD$ nên $C\left(2 + 2x_C; 4 - x_C; 2 - x_C\right)$.

Suy ra $\begin{cases} 4 - 2x_M = 2 + 2x_C \\ 3 + 4x_M = 4 - x_C \\ 1 - 2x_M = 2 - x_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M + x_C = 1 \\ 4x_M + x_C = 1 \\ 2x_M - x_C = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ x_C = 1 \end{cases} \Rightarrow C\left(4;3;1\right)$.

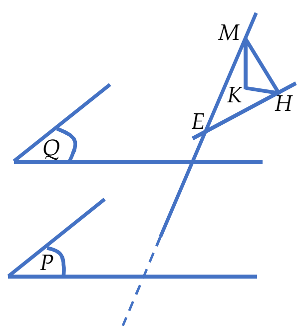
Gọi A' đối xứng với A qua CD, suy ra $AA' \perp CD$ và $A' \in BC$. Gọi I là trung điểm của AA' thì $CD \perp AA'$ tại I.

$I \in CD \Rightarrow I\left(2 + 2x_I; 4 - x_I; 2 - x_I\right) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \left(2x_I; 1 - x_I; -1 - x_I\right)$. Đường thẳng CD có VTCP là $\overrightarrow{u_{CD}} = \left(2;-1;-1\right)$. Từ $AI \perp CD \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{u_{CD}} = 0 \Leftrightarrow 4x_I + x_I - 1 + x_I + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x_I = 0$. Suy ra $I\left(2;4;2\right)$. Mà I là trung điểm $AA' \Rightarrow A'\left(2;5;1\right)$.

Đường thẳng BC đi qua A' và C nên phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t'' \\ y = 5 - t'' \left(t \in \mathbb{R}\right). \\ z = 1 \end{cases}$

Điểm $B = BC \cap BM$ nên $B\left(2;5;1\right) \equiv A'$. Vậy VTCP của AB là $\vec{u} = \left(0;1;-1\right)$.

Câu 45: Đáp án D.



Từ giả thiết suy ra tập hợp tất cả các đường thẳng Δ đi qua $E\left(-2;1;-2\right)$, song song với $\left(P\right)$ là mặt phẳng $\left(Q\right)$ thỏa mãn $E \in \left(Q\right), \left(Q\right) // \left(P\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ là $2x - y + 2z + 9 = 0$.

Dễ thấy $E\left(-2;1;-2\right) \in d$ nên $E = d \cap \left(Q\right)$. Lấy điểm $M\left(2;-3;1\right) \in d$ bất kì. Gọi H là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng Δ. Gọi K là hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng $\left(Q\right)$ thì $K\left(-2;-1;-3\right)$ và $MH \geq MK$.

Ta có $\left(\Delta, d\right) = \left(\widehat{EM, EH}\right) = \widehat{MEH}$ nên để $\left(\widehat{\Delta, d}\right)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \widehat{MEH}$ nhỏ nhất hay $\sin \widehat{MEH}$ nhỏ nhất.

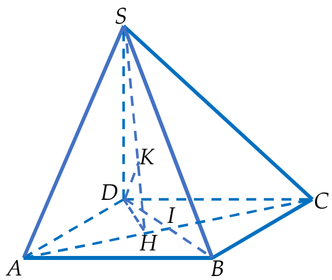
Lại có $\sin\left(\widehat{\Delta, d}\right) = \sin \widehat{MEH} = \dfrac{MH}{EM} \geq \dfrac{MK}{EM} = \dfrac{6}{\sqrt{41}}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv K\left(-2;-1;-3\right)$. Khi đó đường thẳng Δ đi qua hai điểm $E\left(-2;1;-2\right)$ và $K\left(-2;-1;-3\right)$. Đường thẳng Δ có một VTCP là $\overrightarrow{n_\Delta} = \left(0;-2;-1\right)$.

Vậy $\vec{u} = \left(0;2;1\right)$ và $m = 0, n = 2 \Rightarrow T = m^2 - n^2 = -4$.

Câu 46: Đáp án C.

Trong mặt phẳng $\left(ABCD\right)$: Kẻ $DH \perp AC$, mà $AC \perp SD \Rightarrow AC \perp \left(SDH\right)$ $\Rightarrow \left(SAC\right) \perp \left(SDH\right)$ và $\left(SAC\right) \cap \left(SDH\right) = SH$.



Trong mặt phẳng (SDH) kẻ $DK \perp SH, (K \in SH) \Rightarrow DK \perp (SAC)$

$\Rightarrow DK = d(D;(SAC))$.

Trong ΔADC có $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2 - 2AD.CD.\cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

Trong ΔABD có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB.AD.\cos 60^\circ} = a\sqrt{3}$.

Ta có $\begin{cases} S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}AD.DC.\sin\widehat{ADC} = \frac{1}{2}.a.2a.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \\ S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}DH.AC \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}DH.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow DH = \frac{a^2\sqrt{3}}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} + \frac{7}{3a^2} = \frac{8}{3a^2}$

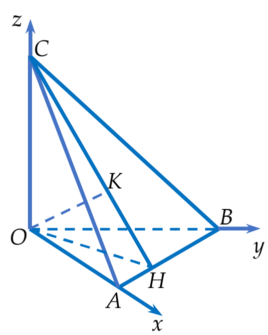
$\Rightarrow d(D;(SAC)) = DK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. Gọi I là giao điểm của AC và BC.

Ta có $\frac{d(B;(SAC))}{d(D;(SAC))} = \frac{IB}{ID} = 1 \Rightarrow d(B;(SAC)) = d(D;(SAC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Gọi E là hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng (SAC) thì $BE = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ và $\left(\widehat{SB;(SAC)}\right) = \left(\widehat{SB,SE}\right) = \widehat{BSE}$. Trong ΔSEB vuông tại E có:

$$\sin\widehat{BSE} = \frac{BE}{SB} = \frac{BE}{\sqrt{SD^2 + DB^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 47: Đáp án B.



Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc \neq 0$.

Trong mặt phẳng (OAB): Kẻ $OH \perp AB, (H \in AB)$, mà $AB \perp OC \Rightarrow AB \perp (OHC)$

$\Rightarrow AB \perp HC$. Từ đó ta có $\left(\widehat{(OAB),(ABC)}\right) = \left(\widehat{OH,CH}\right) = \widehat{OHC}$.

Trong mặt phẳng (OHC): Kẻ $OK \perp CH (K \in CH)$, suy ra $OK = d(O;(ABC))$.

Ta có $S_{\Delta OAB} = S_{\Delta ABC}.\cos\widehat{OHC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{S_{\Delta OAB}}{\sin\widehat{OCH}} = \frac{OC.S_{\Delta OAB}}{OK} = \frac{|abc|}{2d(O;(ABC))}$.

Lại có $V_{OABC} = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{|abc|}{6}$. Từ giả thiết ta có $\frac{S_{\Delta ABC}}{V_{OABC}} = \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{|abc|}{2d(O;(ABC))}.\frac{6}{|ABC|} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{d(O;(ABC))} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow d(O;(ABC)) = 2$.

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm O, bán kính $R = 2$.

STUDY TIPS

Gọi S là diện tích của đa giác $\mathcal{H}$ trong mặt phẳng (P) và S' là diện tích hình chiếu $\mathcal{H}'$ của $\mathcal{H}$ trên mặt phẳng (P') thì $S' = S.\cos\varphi$, trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (P').

Câu 48: Đáp án C.

Ý kiến của tác giả: Bài toán này có sử dụng các kiến thức về bất đẳng thức tích phân nằm ngoài khuôn khổ của chương trình học và thi. Vì vậy, ở đây tác giả không trình bày lời giải của bài toán này. Tuy nhiên, nếu có độc giả nào yêu cầu lời giải thì có thể liên hệ với tác giả qua facebook dưới đây:

https://www.facebook.com/huyenvu2405

Câu 49: Đáp án D.

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+a$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $g'(x)=4x^3-12x^2+8x; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
$g'(x)$	0	+	0	−	0
$g(x)$			$a+1$		
	a	$\nearrow$		$\searrow$	a

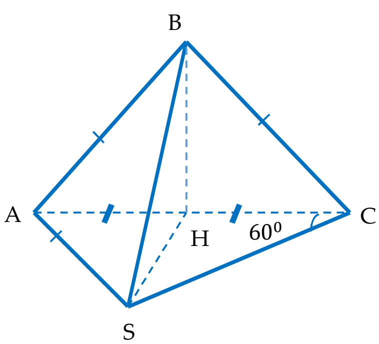
Ta có $f(x)=|g(x)|$. Để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$, ta xét các trường hợp sau:

* Nếu $a\ge 0$ thì $M=\max\limits_{[0;2]} f(x)=a+1; m=\min\limits_{[0;2]} f(x)=a$. Để $M\le 2m$ thì $a+1\le 2a$ $\Leftrightarrow a\ge 1$, mà $a\in[-3;3]$ nên $1\le a\le 3 \Rightarrow a\in\{1;2;3\}$.

* Nếu $a\le -1$ thì $M=\max\limits_{[0;2]} f(x)=-a; m=\min\limits_{[0;2]} f(x)=-a-1$. Để $M\le 2m$ thì $-a\le 2(-a-1) \Leftrightarrow a\le -2$, mà $a\in[-3;3]$ nên $-3\le a\le -2 \Rightarrow a\in\{-3;-2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Câu 50: Đáp án C.



Ta có $BA=BC=a\sqrt{3} \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B. Gọi H là trung điểm của AC thì $BH\perp AC$. Mà $(BAC)\perp(SAC) \Rightarrow BH\perp(ABC)$.

Lại có $BA=BS=BC=a\sqrt{3} \Rightarrow HA=HS=HC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.

Gọi K là hình chiếu của S trên AC thì $SK\perp(ABC)$ do $(SAC)\perp(ABC)$.

Khi đó $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC,KC}\right)=\widehat{SCK}=\widehat{SCA}=60^\circ$.

ΔSAC vuông tại S nên $SC=SA.\cot 60^\circ=a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=a \Rightarrow AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=2a$.

$\Rightarrow S_{\Delta SAC}=\dfrac{1}{2}SA.SC=\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.a=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và $BH=\sqrt{AB^2-\dfrac{AC^2}{4}}=a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}BH.S_{\Delta SAC}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ (đvtt).